

00Départements des sciences économiques

Université du Québec à Montréal

Cours; Eco-2272

Prof : P. Merrigan

Travail Pratique I (remettre le 14 octobre, 15h, après note 0)

1. Voici un tableau de la distribution jointe pour X et Y

	Y=1	Y=2	Y=3
X=0	0.10	0.15	0.10
X=1	0.10	0.05	0.05
X=3	0.15	0.20	0.10

- Calculez l'espérance et la variance de X et Y.
  - Calculez  $E(Y|X=0)$ . Calculez  $\text{Var}(X|Y=3)$ .
  - Calculez  $E(Y)$  avec la loi des espérances itérées.
2. Un individu tire 2 coeurs d'un paquet de 52 cartes et ne les replacent pas dans le paquet. Il doit tirer deux autres cartes du paquet, quelle est la probabilité d'observer au moins un cœur pour ces 2 tirages? Expliquez votre raisonnement
3. Une personne a deux chirurgies en même temps. La première a une probabilité de .75 de réussir, la seconde, .80. On peut

donc affirmer que la probabilité que les deux soient un échec est de  $(.25)(.20) = .05$ . Vrai ou faux (justifiez).

4. L'équipe A (ayant joué un très grand nombre de fois contre l'équipe B) bat l'équipe B, 3 fois sur 5. Elle doit jouer 4 matchs consécutifs contre cette équipe. Quelle est la probabilité qu'elle gagne 3 matchs sur 4 ? Aucun match sur 4 ?
5. Vrai, ou faux. La probabilité conditionnelle  $P(X=x|Y=y)$  est toujours plus petite que  $P(X=x)$ .
6. Soit un processus Bernoulli qu'on répète plusieurs fois. Quelle est la probabilité d'obtenir le second succès au tirage  $s$ , si le premier succès est obtenu au tirage  $k$  ( $s > k$ , donc une fois obtenu le premier succès vous n'arrêtez pas de compter les tirages).
7. Une femme sur 10000 a un accouchement de plus de 35 heures au Canada. Si au Canada, on compte 350,000 accouchements par année, quelle est l'espérance du nombre d'accouchements qui dureront plus de 35 heures.
8. Supposons que dans une classe en mathématiques, on compte 80% d'étudiants en maths et 20% dans d'autres domaines. 5% des étudiants en maths échouent, et 10% des autres échouent. Si vous rencontrez un étudiant de ce cours sans savoir si il est en maths, quelle est la probabilité qu'il subisse un échec?

Sachant qu'il a échoué quelle est la probabilité qu'il n'étudie pas en maths.

9. Supposez que la probabilité de vous endormir pendant un film est de .1. Quelle est la probabilité que cela prenne 6 films pour que tombiez endormi 2 fois.
10. Un policier observe que 35% des individus qu'il arrête ont moins de 20 ans. Sur 10 personnes qu'il va arrêter, quelle est la probabilité que 3 ont moins de 20 ans.
11. Calculez la  $Cov(aX, b(X + Y) + cZ)$  si  $a, b, c$  sont des constantes et  $X, Y$  et  $Z$  sont des variables aléatoires.
12. Donnez un exemple d'une variable aléatoire binaire (prenant les valeurs 0 ou 1) pour laquelle vous ne pourriez pas utiliser la loi binomiale pour calculer la probabilité de  $r$  succès pour  $n$  tirages. Justifiez.
13. Supposez que la probabilité qu'il pleuve est de .5 pour le lundi et de .5 pour le mardi, et de .3 qu'il pleuve le lundi et le mardi. La pluie le lundi et le mardi sont des évènements dépendants ou indépendants ? Quelle est la probabilité qu'il pleuve au moins un des deux jours ? Expliquez.
14. Vrai ou faux, si deux évènements sont indépendants la loi de Bayes ne s'applique dans ce cas.

15. Soit  $X$  une variable aléatoire continue. Montrez sur un graphique la Probabilité que  $X$  ne soit ni entre  $(a$  et  $b)$ , ni entre  $(c$  et  $d)$ ,  $a, b, c, d$ , des constantes.
16. Vrai ou faux.  $P(y) = P(Y=y|Z=1)P(Z=1) + P(Y=y|z=0)P(Z=0)$ , si  $Z$  prend 2 valeurs 1 et 0. Justifiez. Si vous ne connaissez pas  $P(Y=y|z=0)$ ,  $P(Y)$  doit se trouver entre quelles valeurs théoriques?
17. Un ami qui voyage avec vous en auto, voit que la voiture dépasse 120kms/heure. Il dit que la probabilité qu'une voiture fasse plus 120kms/heure si le radar indique qu'elle fait plus de 120kms/heure est de .99, donc il conclut qu'il est presque certain que vous aurez une contravention si la limite est de 120? Que lui répondrez vous? (utiliser les principes vus en classe)
18. Vrai ou faux. Vous lancez un dé 5 fois de suite et obtenez 5 numéros 6 de suite. Il est donc préférable de ne pas miser sur le 6 lors de votre sixième tentative.
19. On vous demande de calculer la probabilité qu'une femme traverse la rue Sainte-Catherine au coin de Berri. Que faites vous ?
20. Soit une série de  $N$  variables aléatoire  $X_1, X_2, \dots, X_N$ , qui ont la même espérance et la même variance. Si  $Y_k = X_k + X_{k+1} + X_{k+2}$ , trouvez la covariance entre  $Y_k$  et  $Y_{k+j}$ ,  $j > 0$ .

21. Supposez  $X$  et  $Y$  deux variables aléatoires binaires. Donnez un exemple numérique de distribution jointe avec  $X$  et  $Y$ , dépendantes. Justifiez votre réponse.